



Открытый дистанционный интеллектуально-творческий марафон «МАРС: миссия выполнима» Номинация «РАЗ ЗАДАЧА, ДВА ЗАДАЧА...»

Решения задач для 8-9 классов

1. (2 балла) Атмосферное давление на Марсе "на уровне моря" составляет 636 Па (в среднем). Определите массу "средней" марсианской атмосферы. Кстати, почему идёт речь о "средней" атмосфере?

Решение. Вес марсианской атмосферы mg распределён по площади опоры – поверхности планеты $4\pi r^2$. Отсюда $m = p \cdot 4\pi r^2 / g = 636 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (3,4 \cdot 10^6 \text{ м})^2 / 3,7 \text{ м/с}^2 = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ кг}$ (1). Масса атмосферы (и давление, которое она создаёт) зависят от сезона года. Летом полярные шапки испаряются, наполняя атмосферу углекислым газом (1).

2. (3 балла) Марсоход работает на экваторе Красной планеты и передаёт данные через спутник-ретранслятор, который обращается вокруг планеты в плоскости экватора в прямом направлении на высоте 300 км от поверхности. Какова максимальная продолжительность сеанса связи, если период обращения спутника 114 минут?

Решение. Поскольку орбита у спутника низкая, он находится над горизонтом значительно меньше, чем половину периода обращения. Понижение горизонта для спутника равно $\arccos R/(R+h) = \arccos 34/37 = 23,5^\circ$ (нужен чертёж), поэтому связь возможна в течение $2 \cdot 23,5/360 = 47/360$ часть периода.

Поскольку в системе отсчёта, связанной с центром планеты, марсоход тоже «вращается», при расчёте времени нужно учесть синодический период. Найдём его:

$$S = (24 \text{ ч } 37 \text{ мин}) \cdot (114 \text{ мин}) / (24 \text{ ч } 37 \text{ мин} - 114 \text{ мин}) = 123,5 \text{ мин.}$$

Продолжительность сеанса связи составляет $47/360$ от этого времени, т.е. примерно 16 мин.

Критерии: правильный чертёж (1), расчёт доли периода (1), учёт синодического периода (1).

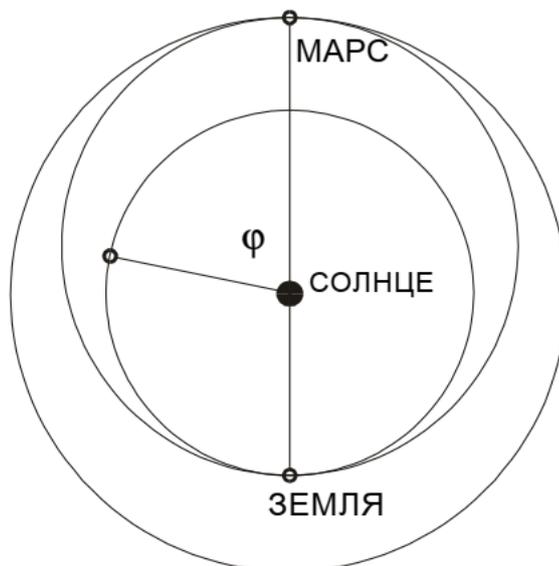
3. (3 балла) а) Сколько времени занимает полёт с Земли на Марс по орбите Гомана-Цандера (по полуэллипсу, касающемуся орбиты Земли в перигелии и орбиты Марса в афелии)?

б) Сколько времени займёт полёт с Земли на Марс и обратно по такой орбите?

В рамках данной задачи будем считать орбиты планет окружностями, лежащими в одной плоскости.

5. Большая полуось орбиты, по которой космический корабль совершает перелет ($a_{\oplus\text{♂}}$) будет равна полусумме радиусов орбит Земли и Марса a_{\oplus} и $a_{\text{♂}}$. Время перелета от Земли к Марсу по этой орбите равно половине орбитального периода. Выражая его в годах и воспользовавшись III законом Кеплера, получаем значение времени перелета:

$$\tau = T_{\oplus\text{♂}}/2 = [(a_{\oplus} + a_{\text{♂}})/2]^{3/2}/2 = 259 \text{ сут}$$



Для вычисления времени, в течении которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по такой же орбите, заметим, что в момент прилета Земля опережает Марс на угол

$$\varphi = \omega_{\oplus}\tau - \pi = 2\pi\tau/T_{\oplus} - \pi,$$

где $\omega_{\oplus} = 2\pi/T_{\oplus}$ – угловая скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца.

В момент отправления в обратный путь Земля, очевидно, должна отставать от Марса не такой же угол φ , что соответствует опережению на угол $2\pi k - \varphi$ (где k – целое число). Для вычисления минимального времени надо найти такое минимальное k , при котором $(2\pi k - \varphi) > \varphi$. Из численных данных видно, что в нашем случае $k = 1$. Время, за которое опережение Земли увеличится с φ до $2\pi - \varphi$ равно

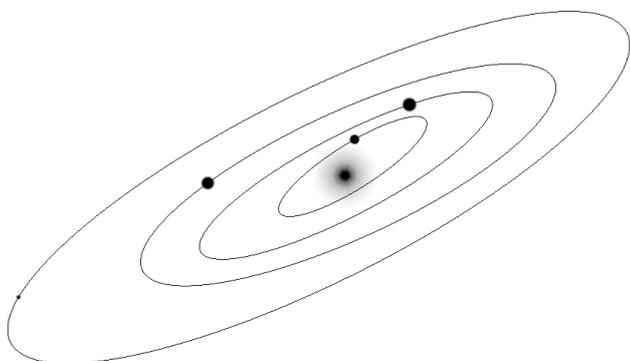
$$T_{\text{ожид}} = (2\pi - 2\varphi)/(\omega_{\oplus} - \omega_{\text{M}}),$$

Где $(\omega_{\oplus} - \omega_{\text{M}})$ – относительная угловая скорость движения Земли и Марса,

$$T_{\text{ожид}} = (1 - \varphi/\pi)/(1/T_{\oplus} - 1/T_{\text{M}}) = (2 - 2\tau/T_{\oplus})/(1/T_{\oplus} - 1/T_{\text{M}}) \approx 454 \text{ сут.}$$

Таким образом. Полёт на Марс занимает 259 суток, ожидание 454 сут и обратный полёт ещё 259 суток. Всего 972 дня или 2,66 года.

Критерии: до 3 баллов, в зависимости от полноты и правильности решения.



4. (3 балла) Недавно земные уфологи раздобыли (по слухам, во всегалактическом интернете) схему строения внутренней части Солнечной системы, начерченную нашими братьями по разуму. Уфологи утверждают, что смогли определить, из какого именно созвездия инопланетные астрономы нас наблюдали! Попробуйте и вы это сделать.

Решение. Инопланетяне изобразили орбиты планет Солнечной системы как узкие эллипсы, потому что смотрят на неё под небольшим углом к плоскости эклиптики. Для расчёта эклиптической долготы измерим эллипс земной орбиты: большая полуось 160 мм, малая 45 мм. Отсюда $\sin 45/160=0,28$ и широта примерно 16° (к северу или к югу от эклиптики).

Эклиптическую долготу можно приблизительно оценить, если заметить, что линия апсид орбиты Марса расположена перпендикулярно лучу зрения (т.е. крайние в проекции слева и справа точки орбиты – это афелий и перигелий соответственно). Эклиптическая долгота перигелия орбиты Марса 336° , направление на планеты братьев по разуму перпендикулярно этому направлению, т.е. 246° . Возможны два ответа – юго-западная часть Геркулеса или граница Скорпиона и Змееносца.

5. (4 балла) Вы знаете, что уже начата подготовка к пилотируемой экспедиции на Марс. Будущие марсианские первопроходцы должны научиться ориентироваться по небесным светилам на чужой планете. Составьте для них подробную инструкцию.

Решение. Задача является творческой и не имеет эталонного решения. Участники могли использовать следующие факты:

Благодаря значительно меньшей, чем на Земле, плотности атмосферы, звезды будут выглядеть ярче, а их мерцание менее заметно. Яркие звезды, расположенные на небосводе ближе к зениту, можно увидеть даже в дневное время, конечно, при отсутствии облачности и запыленности атмосферы.

Северный полюс мира на Марсе находится в созвездии Лебедя, примерно на полпути между звездами Альдерамин (α Цефея) и Денеб (α Лебедя). Южный небесный полюс Марса находится в созвездии Парусов, между звездами δ и κ , входящими в так называемый «Ложный Крест». Небесный экватор проходит практически точно через Альдебаран и в нескольких градусах южнее Фомальгаута.

Млечный Путь проходит через полюса мира и на всех марсианских широтах хорошо виден. Его арка, как бы закрепленная в точках севера и юга, поднимается в восточной стороне марсианского горизонта, проходит через зенит и скрывается на западе. В то время, когда она скрывается, на востоке появляется другая половина кольца Млечного Пути. Точки, в которых Млечный Путь пересекает линию горизонта, — это точки севера и юга. Различить северную и южную точки Млечного Пути помогут созвездия Кассиопеи и Южного Креста, которые будут видны над горизонтом попеременно.

Поскольку наклонение орбиты Марса к эклиптике незначительно (всего лишь $1^\circ 51'$), то для наблюдателя, находящегося на Марсе, как и для земного, путь Солнца среди звезд проходит по тем же зодиакальным созвездиям. В этих же созвездиях будут видны и планеты.

Наклон оси планеты к плоскости её орбиты близок к земному – около 25° . Поэтому вблизи солнцестояний восходящее и заходящее Солнце (и планеты) будут указывать точки горизонта, расположенные на 25° севернее или южнее точек востока и запада (для наблюдателя находящегося на экваторе Марса). Вблизи равноденствий марсианское Солнце (и планеты) восходит на востоке и заходит на западе.

Ближайший к Марсу спутник, Фобос, обращается вокруг планеты всего за 7 часов 39 минут – быстрее, чем вращается сам Марс. Фобос за марсианские сутки дважды восходит на западе и дважды садится на востоке. Из-за близости к планете этот небольшой спутник хорошо виден даже днём.

Критерии: ориентирование по полюсам мира (0,5+0,5), небесному экватору (0,5), Млечному Пути (0,5), Солнцу (0,5), спутникам (0,5), иллюстрации (1)